

## 2.2. Schema bloc structurală standard

- Elementele schemei bloc funcționale sunt descrise de ecuații.
- Se obține schema bloc structurală standard, fig.III.16.

Transferul intrare-ieșire are forma:

$$Y(s) = G_0(s)G_p(s)Y_p(s) \pm G_{0w}(s)W(s), \quad (2.1)$$

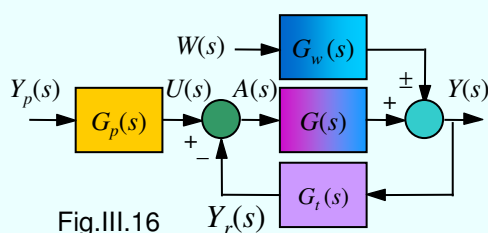


Fig.III.16

$$G_0(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)G_t(s)}, \quad (2.2)$$

$$G_{0w}(s) = \frac{G_w(s)}{1 + G(s)G_t(s)}, \quad (2.3)$$

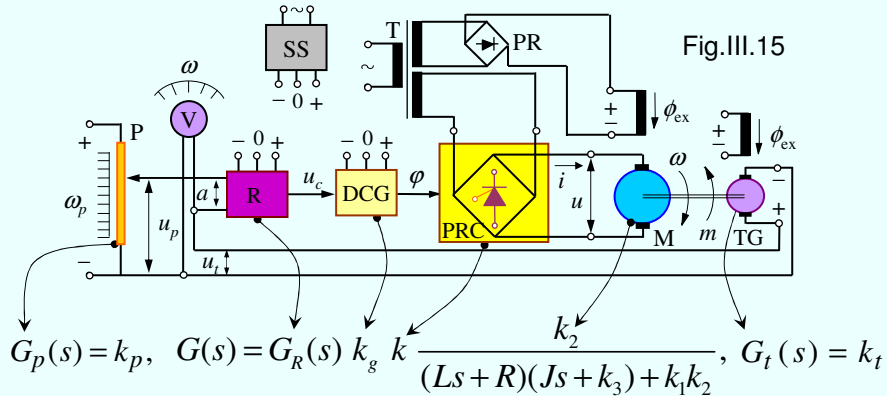
$$G(s) = G_R(s)G_E(s)G_{IA}(s). \quad (2.4)$$

M. Voicu, AI (III)

C7 (34)

1

### Exemplul 2.2 (Sistemul automat de la ex.2.1)



$$G_w = \frac{Ls + R}{(Ls + R)(Js + k_3) + k_1 k_2}$$

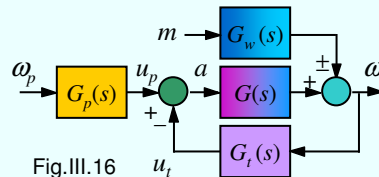


Fig.III.16

M. Voicu, AI (III)

C7 (34)

2

### 3. Implicații ale principiului abaterii

Uzual  $G_p(s) = k_p = \text{const.}$

Rolul lui  $y_p$  este jucat de  $u$ ,  
exceptând cazul considerării  
elementului de prescriere:

$$U(s) = G_p(s)Y_p(s). \quad (3.1)$$

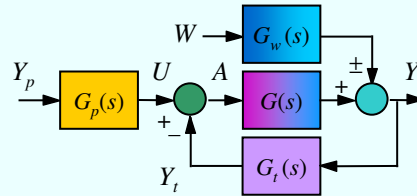


Fig.III.16

**Principiul abaterii** (Watt):

Însăși existența unei variații a abaterii  $a$  (oricare ar fi cauza)  
are ca efect evoluția sistemului automat în sensul diminuării  
sau chiar al anulării abaterii.

### 3.1. O formă analitică a principiului abaterii

Se pot scrie ecuațiile:

$$A(s) = U(s) - G_t(s)Y(s) \quad (3.2)$$

$$Y(s) = G(s)A(s) \pm G_w(s)W(s). \quad (3.3)$$

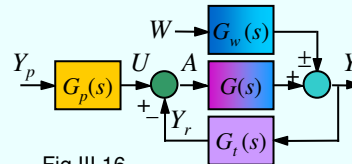


Fig.III.16

Eliminând  $Y(s)$  între (3.2) și (3.3) rezultă **ecuația abaterii**:

$$A(s) = \frac{1}{1 + G(s)G_t(s)} U(s) \mp \frac{G_w G_t(s)}{1 + G(s)G_t(s)} W(s). \quad (3.4)$$

Pentru  $U(s) \neq 0, W(s) \neq 0$

situația ideală este:  $A(s) = 0,$  (3.7)

ceea implică:  $|F(s)| = \infty.$

Pentru funcția  $F(s) = 1 + G(s)G_t(s)$

condiția  $|F(s)| = \infty$  este practic **imposibilă** !

O abordare practică constă în înlocuirea condiției:

$$A(s) = 0 \quad (3.7)$$

cu condiția mai **realistă**:  $|A(s)|$  – acceptabil de mic. (3.10)

Aceasta implică:

$$|F(s)| \quad \text{– acceptabil de mare,} \quad (3.14)$$

$$|G(s)G_t(s)| \quad \text{– acceptabil de mare.} \quad (3.15)$$

$F(s)$  are un rol esențial în asigurarea unei abateri mici.

(3.14), (3.15) pot fi realizate prin  $G_R(s)$  adecvat ales în:

$$G(s) = G_R(s)G_E(s)G_{IA}(s). \quad (2.4)$$

### 3.2. Semnificația funcției $F(s) = 1 + G(s)G_t(s)$

În fig.III.16 se consideră  $U(s) \equiv 0, W(s) \equiv 0$ .

1° Pentru

$$|G(s)G_t(s)| < 1, \quad (3.20)$$

$|A(s)|$  descrescător – sistem stabil.

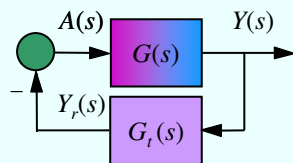
2° Pentru

$$|G(s)G_t(s)| \geq 1, \quad (3.22)$$

$|A(s)|$  crescător – sistem instabil. (3.22) include:

$$|G(s)G_t(s)| \quad \text{– acceptabil de mare.} \quad (3.15)$$

Urmează că  $F(s)$  are un rol esențial și în asigurarea stabilității.



Condițiile

$$|G(s)G_t(s)| < 1, \quad (3.20)$$

pe de o parte, și, pe de altă parte,

$$\left\{ \begin{array}{l} |G(s)G_t(s)| \geq 1, \end{array} \right. \quad (3.22)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} |G(s)G_t(s)| - \text{acceptabil de mare,} \end{array} \right. \quad (3.15)$$

nu sunt realizabile pentru aceiași  $s$ , simultan.

Nu se pot asigura simultan abaterea mică și stabilitatea.

BIBO-stabilitatea este prioritară.

Se alege  $G(s)$  (respectiv  $G_R(s)$ ) astfel încât să aibă loc

(3.15) și apoi (3.20) în cadrul unui compromis acceptabil.

M. Voicu, AI (III)

C7 (34)

7

### 3.3. Abaterea staționară

Sistemele automate funcționează, uzual, în regim staționar.

Sistemul automat din fig. III.16 are următoarea abatere:

$$A(s) = \frac{1}{1 + G(s)G_t(s)} U(s) \mp \frac{G_w(s)G_t(s)}{1 + G(s)G_t(s)} W(s). \quad (3.4)$$

Se aplică următoarele mărimi de intrare:

$$u(t) = u_s \sigma(t), \quad U(s) = \frac{1}{s} u_s, \quad (3.24)$$

$$w(t) = w_s \sigma(t), \quad W(s) = \frac{1}{s} w_s. \quad (3.25)$$

Abaterea staționară oferă indicații asupra calității sistemului.

Folosind teorema valorii finale, din (3.4) rezultă:

$$a_s = \lim_{s \rightarrow 0} s A(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \left( \frac{1}{1 + G(s)G_t(s)} \frac{u_s}{s} \mp \frac{G_w(s)G_t(s)}{1 + G(s)G_t(s)} \frac{w_s}{s} \right). \quad (3.26)$$

M. Voicu, AI (III)

C7 (34)

8

$$a_s = \frac{1}{1 + G(0)G_t(0)} u_s \mp \frac{G_w(0)G_t(0)}{1 + G(0)G_t(0)} w_s. \quad (3.26)$$

În general  $a_s \neq 0$ .

$= +\infty$  pentru  $G(s) = \frac{1}{s} G_1(s)$

Fie  $G_t(0)$ ,  $G_w(0)$  finite și fie  $G(s) = \frac{1}{s} G_1(s)$ , respectiv există un pol în  $s = 0$  pe calea directă (un integrator în regulator).

Atunci  $|G(0)| = +\infty$  și din (3.26) rezultă:

$$a_s = 0. \quad (3.27)$$

(3.27) rezultă din **principiul abaterii + integratorului**.

Se va arăta că integratorul reduce gradul de stabilitate.

Se înzestrează  $G(s)$  cu poli și zerouri astfel încât să se asigure și BIBO-stabilitatea.

### 3.4. Efectul perturbației

Se apreciază cu caracteristica statică

$$y_s = f(w_s),$$

care este relația staționară între ieșirea  $y_s$  și perturbația  $w_s$ .

Se folosește relația intrare – ieșire:

$$Y(s) = G_0(s)G_p(s)Y_p(s) \pm G_{0w}(s)W(s), \quad (2.1)$$

pentru  $y_p(t)$ ,  $w(t)$  funcții treaptă.

Cu teorema valorii finale în (2.1) (" $\pm$ " inclus în  $G_w$ ) se scrie:

$$y_s = \lim_{t \rightarrow +\infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sY(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \left[ G_0(s)G_p(s) \frac{y_{ps}}{s} + G_{0w}(s) \frac{w_s}{s} \right],$$

$$y_s = G_0(0)G_p(0)y_{ps} + G_{0w}(0)w_s.$$

Prin urmare, caracteristica statică are forma:

$$y_s = y_0 + S_0 w_s, \quad (3.28)$$

în care, cu (2.2) și (2.3), se concretizează

$$y_0 = G_0(0)G_p(0)y_{ps} = \frac{G(0)G_p(0)}{1+G(0)G_t(0)} y_{ps}, \quad S_0 = G_{0w}(0) = \frac{G_w(0)}{1+G(0)G_t(0)}.$$

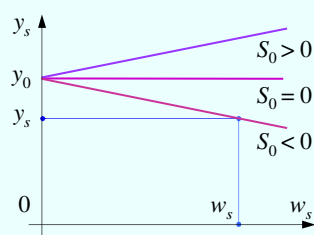


Fig.III.18

Fie  $G_t(0) = G_p(0)$ ,  $G_w(0)$  finite.

Dacă există un pol în  $s = 0$  pe calea directă (un integrator în regulator),

respectiv  $G(s) = \frac{1}{s} G_1(s)$ , atunci

$|G(0)| = +\infty$ ,  $S_0 = 0$  și din (3.28) rezultă:

$$y_s = y_{ps}. \quad (3.31)$$

M. Voicu, AI (III)

C7 (34)

11

### 3.5. Senzitivitatea la variația parametrilor

Parametrii se modifică în timp și determină variația abaterii.

Pentru  $|1+G(s)G_t(s)| \cong |G(s)G_t(s)| \gg 1$  (v. (3.15)) și  $W(s) \equiv 0$ ,

din (2.1) – (2.3), (3.1), respectiv din:

$$Y(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)G_t(s)} U(s) \pm \frac{G_w(s)}{1+G(s)G_t(s)} W(s),$$

se obține

$$|Y(s)| = \left| \frac{G(s)}{1+G(s)G_t(s)} \right| |U(s)| = \frac{1}{|G_t(s)|} |U(s)|. \quad (3.41)$$

$Y(s)$  este sensibil la variația parametrilor traductorului și mai puțin la cea a parametrilor căii directe.

Un sistem automat nu este mai bun decât traductorul său.

M. Voicu, AI (III)

C7 (34)

12

### 3.6. Efectul zgomotelor

Traductoarele procesează semnale de puteri mici.

Dar nu prea mici pentru a nu fi comparabile cu **zgomotele**.

Surse de zgomot: naturale, tehnice; electrice, mecanice etc.

Semnificative: agitația termică, undele electro-magnetice etc.

Perturbații: zgomotele sunt comparabile cu semnalele utile.

Cel mai afectat este traductorul – fig.III.23.

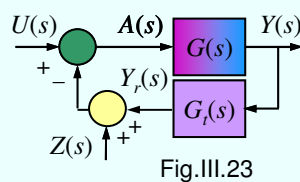


Fig.III.23

$$A(s) = \frac{1}{1 + G(s)G_t(s)} [U(s) - Z(s)]. \quad (3.57)$$

$Z(s)$  și  $U(s)$  au efecte comparabile.

Efectul lui  $Z$  se reduce prin  $|Z|$  f. mic sau  $|1 + GG_t|$  f. mare.

## 4. Stabilitatea

### 4.1. Polii și zerourile sistemului automat

$$G_p(s) = k_p, \quad G_t(s) = k_r, \quad k_p = k_r$$

$$G(s) = \frac{Q(s)}{P(s)} = \frac{Q(s)}{P_a(s)P_b(s)}, \quad G_w(s) = \frac{Q_w(s)}{P_a(s)}$$

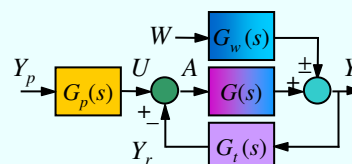


Fig.III.16

$P(s)$  – polinomul polilor căii directe

$P_a(s)$  – polinomul polilor instalației automatizate

$P_b(s)$  – polinomul polilor regulatorului și elementului de exec.

$Q(s)$  – polinomul zerourilor căii directe ( $P(s)$ ,  $Q(s)$  – prime)

$Q_w(s)$  – polinomul zerourilor căii perturb. ( $P_a(s)$ ,  $Q_w(s)$  – prime).

Înlocuind

$$G(s) = \frac{Q(s)}{P(s)} = \frac{Q(s)}{P_a(s)P_b(s)}, \quad G_w(s) = \frac{Q_w(s)}{P_a(s)}, \quad G_p(s) = G_t(s) = k_t,$$

în formulele

$$G_0(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)G_t(s)}, \quad G_{0w}(s) = \frac{G_w(s)}{1 + G(s)G_t(s)},$$

se obțin:

$$G_0(s) \triangleq \frac{Q_0(s)}{P_0(s)} = \frac{\frac{Q(s)}{P(s)}}{1 + k_t \frac{Q(s)}{P(s)}} = \frac{Q(s)}{P(s) + k_t Q(s)},$$

$$G_{0w}(s) \triangleq \frac{Q_{0w}(s)}{P_0(s)} = \frac{\frac{Q_w(s)}{P_a(s)}}{1 + k_t \frac{Q(s)}{P_a(s)P_b(s)}} = \frac{Q_w(s)P_b(s)}{P(s) + k_t Q(s)}.$$

M. Voicu, AI (III)

C7 (34)

15

Prin urmare:

$$Q_0(s) \equiv Q(s),$$

- pentru  $u \rightarrow y$ , polinomul zerourilor sistemului automat (SA) este identic cu polinomul zerourilor căii directe.

$$Q_{0w}(s) = Q_w(s)P_b(s),$$

- pentru  $w \rightarrow y$ , polinomul zerourilor SA este produsul polinoamelor zerourilor căii perturbației și al polilor regulatorului și elementului de execuție.

$$P_0(s) = P(s) + k_t Q(s),$$

- polinomul polilor SA este suma polinoamelor polilor căii directe și al zerourilor căii directe multiplicat cu  $k_t$ .

M. Voicu, AI (III)

C7 (34)

16



- Reacția negativă **alocă** polii sistemului automat (SA).  
Se realizează cu ajutorul parametrilor ajustabili ai căii directe (ai regulatorului).
- Scopul este asigurarea BIBO-stabilității și realizarea unor valori acceptabile pentru indicii de calitate.
- Aceștia nu pot fi identici pentru transferurile  $u \rightarrow y$  și  $w \rightarrow y$  deoarece acestea au zerouri diferite.
- Zerourile căii directe și ale căii perturbației sunt invariante în raport cu reacția negativă, respectiv sunt zerouri ale SA pentru transferurile  $u \rightarrow y$  și respectiv  $w \rightarrow y$ .

## 4.2. Stabilitatea structurală

### Definiția 1

Un sistem se numește **BIBO-structural stabil** dacă are un domeniu parametric nevid de BIBO-stabilitate și pentru orice variație a parametrilor, suf. mică, sist. rămâne BIBO-stabil. ■

Funcțiile de transfer ale sistemelor în circuit deschis și închis:

$$G(s)G_t(s) \triangleq \frac{M(s)}{N(s)}, \quad m = \text{grad } M \geq 0, \quad n = \text{grad } N > m, \quad M, N \text{ prime};$$

$$G_0(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)G_t(s)} = \frac{M(s)k_t^{-1}}{N(s) + M(s)},$$

$$P_0(s) \triangleq N(s) + M(s), \quad \text{grad } P_0 = n.$$

**Teorema 1** (Aizerman - Gantmaher)

a)  $M(s)$  – polinom hurwitzian. b)  $N(s)$  se factorizează astfel:

$$N(s) = s^p \prod_{i=1}^q (a_i s^2 + 1) \prod_{j=1}^r (b_j s - 1) N_1(s),$$

$$p \geq 0, a_i > 0, i = \overline{1, q}, b_j > 0, j = \overline{1, r}, q \geq 0;$$

$N_1(s)$  hurwitzian de grad  $n - \rho$ ,  $\rho = p + 2q + r$ .

O condiție necesară și suficientă ca sistemul automat să fie BIBO-structural stabil este ca să aibă loc inegalitățile:

- 1°  $p + r \leq m + 1$ ;
- 2°  $m, n$  și  $\rho$  conform tabelului:

$\rho \backslash m$	$m = 0$	$m - \text{par}$	$m - \text{impar}$
$\rho - \text{par}$	$n > 2\rho$	$m + n > 2\rho - 1$	$m + n > 2(\rho - 1)$
$\rho - \text{impar}$	$n > 2(\rho - 1)$	$m + n > 2(\rho - 1)$	$m + n > 2\rho - 1$ ■

**Exemplul 4.2**

Fie sistemul automat cu structura din fig. III.16 și

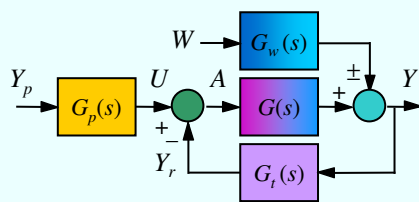


Fig.III.16

$$G_p(s) \equiv G_t(s) = 1, \quad G_w(s) = 0,$$

$$G(s) = G_R(s)G_F(s),$$

$$G_F(s) = \frac{k}{T^2 s^2 + 1},$$

$$G_R(s) = k_R \frac{\tau_1 s^m + \tau_2 s^{m-1} + \dots}{s^\alpha + a s^{\alpha-1} + b s^{\alpha-2} + \dots}$$

Să se determine funcția de transfer  $G_R(s)$  a regulatorului astfel încât sistemul automat să fie BIBO-structural stabil.

Sistemul în circuit deschis este descris de:

$$G(s)G_f(s) = \frac{k_R k (\tau_1 s^m + \tau_2 s^{m-1} + \dots)}{(T^2 s^2 + 1)(s^\alpha + a s^{\alpha-1} + b s^{\alpha-2} + \dots)}, \quad n = \alpha + 2.$$

Pentru  $G(s)G_I(s) = \frac{k_R k (\tau_1 s^m + \tau_2 s^{m-1} + \dots)}{(T^2 s^2 + 1)(s^\alpha + a s^{\alpha-1} + b s^{\alpha-2} + \dots)}$  soluția nu este unică.

**Cazul I.** Se alege  $G_R(s)$  cu polii & zerourile în  $\{\text{Re } s < 0\}$ ;

urmează  $p = r = 0, q = 1, \rho = 2$ .

Condiția 1° (t.1):  $p + r \leq m + 1, 0 \leq m + 1$ .

Soluția a: se alege  $m = 0, G(s)G_I(s) = \frac{k_R k}{(T^2 s^2 + 1)(s^\alpha + a s^{\alpha-1} + b s^{\alpha-2} + \dots)}$ .

Condiția 2° (t.1):  $n > 2\rho, n = \alpha + 2 > 4; n = 5, \alpha = 3$ .

Se alege  $G_R(s) = \frac{k_R}{s^3 + a s^2 + b s + c}, k_R > 0$ , numitorul hurwitzian.

Soluția b: se alege  $m = 1, G(s)G_I(s) = \frac{k_R k (\tau s + 1)}{(T^2 s^2 + 1)(s^\alpha + a s^{\alpha-1} + b s^{\alpha-2} + \dots)}$ .

Condiția 2° (t.1):  $m + n > 2\rho - 1, 1 + n = \alpha + 2 + 1 > 2; n = 2, \alpha = 0$ .

Se alege  $G_R(s) = k_R (\tau s + 1), k_R > 0, \tau > 0$ .

**Cazul II.** Se alege  $G_R(s)$  cu un pol în  $s = 0$  și restul polilor și

zerourilor în  $\{\text{Re } s < 0\}$ ; urmează  $p = q = 1, r = 0, \rho = 3$ .

Condiția 1° (t.1):  $p + r \leq m + 1, 1 \leq m + 1$ .

Soluția a: se alege  $m = 0, G(s)G_I(s) = \frac{k_R k}{(T^2 s^2 + 1)(s^\alpha + a s^{\alpha-1} + b s^{\alpha-2} + \dots)}$ .

Condiția 2° (t.1):  $n > 2(\rho - 1), n = \alpha + 2 > 4; n = 5, \alpha = 3$ .

Se alege  $G_R(s) = \frac{k_R}{s(s^2 + a s + b)}, k_R > 0, a > 0, b > 0$ .

Soluția b: se alege  $m = 1, G(s)G_I(s) = \frac{k_R k (\tau s + 1)}{(T^2 s^2 + 1)(s^\alpha + a s^{\alpha-1} + b s^{\alpha-2} + \dots)}$ .

Condiția 2° (t.1):  $m + n > 2\rho - 1, n + 1 = \alpha + 2 + 1 > 5; n = 5, \alpha = 3$ .

Se alege  $G_R(s) = \frac{k_R (\tau s + 1)}{s(s^2 + a s + b)}, k_R > 0, \tau > 0, a > 0, b > 0$ . ■

## 5. Precizia unui sistem automat

### 5.1. Eroarea; implicații ale principiului abaterii

- Analiza **preciziei** unui sistem automat se bazează pe noțiunea de **eroare** și nu pe aceea de **abatere**.

- **Eroarea** se definește prin:

$$e = y_p - y. \quad (5.1)$$

- În același timp, **abaterea** este:

$$a = u - y_r. \quad \rightarrow \quad e \neq a.$$

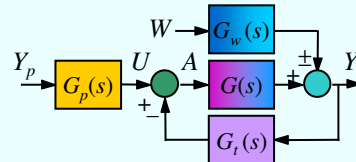


Fig.III.16

- Spre deosebire de abatere, eroarea este o mărime virtuală: nu este generată și nici nu acționează în cadrul sistemului automat.

Ideal ar fi să se realizeze:

$$e = y_p - y \equiv 0 \quad \rightarrow \quad y \equiv y_p.$$

Cf. fig.III.16 și relației  $e = y_p - y$  se scrie:

$$E(s) = Y_p(s) - Y(s) = \left[ 1 - \frac{G_p(s)G(s)}{1 + G(s)G_t(s)} \right] Y_p(s) \mp \frac{G_w(s)}{1 + G(s)G_t(s)} W(s). \quad (5.2)$$

Uzual  $G_p(s) = G_t(s) = k_t$ . Rezultă:  $G_{ep}(s) \triangleq \frac{1}{1 + G(s)k_t}$

$$E(s) = \frac{1}{1 + G(s)k_t} Y_p(s) \mp \frac{G_w(s)}{1 + G(s)k_t} W(s).$$

Pe de altă parte, din (3.4) se obține:

$$A(s) = \frac{k_t}{1 + G(s)k_t} Y_p(s) \mp \frac{G_w(s)k_t}{1 + G(s)k_t} W(s) = k_t E(s).$$

Așadar

$$A(s) = k_t E(s), \quad E(s) = k_t^{-1} A(s). \quad (5.14)$$

Pentru  $k_t = 1$  rezultă:

$$E(s) \equiv A(s). \quad (5.15)$$

Principiul abaterii se extinde și la eroare.

Exceptând (5.15), între eroare și abatere există deosebiri:

- de natură dimensională,
- de anvergură a domeniului de valori și
- de mod de definire; **eroarea** este o mărime *virtuală*

iar **abaterea** este o mărime *reală*.

## 5.2. Eroarea staționară

Uzual sistemele automate funcționează în regim staționar.

Precizia se definește prin **eroarea staționară (ES)**.

### ES în raport cu mărimea prescrisă

Se folosește (5.2) pentru  $G_p(s) = G_t(s) = k_p$ ,  $W(s) \equiv 0$ . Se obține:

$$E_p(s) = G_{ep}(s) Y_p(s). \quad (5.3)$$

### 1° ES de poziție

Mărimea prescrisă este *funcția treaptă unitară*:

$$y_p(t) = \sigma(t), \quad Y_p(s) = \frac{1}{s}. \quad (5.21)$$

Cu teorema valorii finale, din (5.3) cu (5.21), se obține:

$$e_{psp} = \lim_{t \rightarrow +\infty} e_p(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s E_p(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s G_{ep}(s) \frac{1}{s} = G_{ep}(0). \quad (5.22)$$

### 2° ES de viteză

Mărimea prescrisă este *funcția rampă unitară*:

$$y_p(t) = t\sigma(t), \quad Y_p(s) = \frac{1}{s^2}. \quad (5.23)$$

$$e_{psv} = \lim_{t \rightarrow +\infty} e_p(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE_p(s) = \lim_{s \rightarrow 0} sG_{ep}(s) \frac{1}{s^2} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s} G_{ep}(s). \quad (5.24)$$

### 3° ES de accelerație

Mărimea prescrisă este *funcția parabolă unitară*:

$$y_p(t) = \frac{1}{2} t^2 \sigma(t), \quad Y_p(s) = \frac{1}{s^3}. \quad (5.25)$$

$$e_{psa} = \lim_{t \rightarrow +\infty} e_p(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE_p(s) = \lim_{s \rightarrow 0} sG_{ep}(s) \frac{1}{s^3} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s^2} G_{ep}(s). \quad (5.26)$$

M. Voicu, AI (III)

C7 (34)

27

$$G_{ep}(s) \triangleq \frac{1}{1 + G(s)k_t}, \quad \begin{cases} e_{psp} = \lim_{s \rightarrow 0} G_{ep}(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1 + k_t G(s)}. & (5.22) \\ e_{psv} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s} G_{ep}(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s[1 + k_t G(s)]}. & (5.24) \\ e_{psa} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s^2} G_{ep}(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s^2[1 + k_t G(s)]}. & (5.26) \end{cases}$$

A)  $G(s)$  nu are poli în  $s = 0$ .

**ES de poziție** 
$$e_{psp} = \frac{1}{1 + k_t G(0)}.$$

**ES de viteză** 
$$e_{psv} = \frac{1}{[1 + k_t G(0)]} \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s} = \infty.$$

**ES de accelerație** 
$$e_{psa} = \frac{1}{[1 + k_t G(0)]} \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s^2} = \infty.$$

M. Voicu, AI (III)

C7 (34)

28

$$G_{ep}(s) \triangleq \frac{1}{1+G(s)k_t}, \begin{cases} e_{psp} = \lim_{s \rightarrow 0} G_{ep}(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1+k_t G(s)}. & (5.22) \\ e_{psv} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s} G_{ep}(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s[1+k_t G(s)]}. & (5.24) \\ e_{psa} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s^2} G_{ep}(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s^2[1+k_t G(s)]}. & (5.26) \end{cases}$$

B)  $G(s)$  are 1 pol în  $s = 0$ ;  $G(s) \triangleq s^{-1}G_1(s)$ .

**ES de poziție**  $e_{psp} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1+k_t s^{-1}G_1(s)} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{s+k_t G_1(s)} = 0.$

**ES de viteză**  $e_{psv} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s[1+k_t s^{-1}G_1(s)]} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{[s+k_t G_1(s)]} = \frac{1}{k_t G_1(0)}.$

**ES de accel.**  $e_{psa} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s^2[1+k_t s^{-1}G_1(s)]} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s[s+k_t G_1(s)]} = \infty.$

M. Voicu, AI (III)

C7 (34)

29

$$G_{ep}(s) \triangleq \frac{1}{1+G(s)k_t}, \begin{cases} e_{psp} = \lim_{s \rightarrow 0} G_{ep}(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1+k_t G(s)}. & (5.22) \\ e_{psv} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s} G_{ep}(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s[1+k_t G(s)]}. & (5.24) \\ e_{psa} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s^2} G_{ep}(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s^2[1+k_t G(s)]}. & (5.26) \end{cases}$$

C)  $G(s)$  are 2 poli în  $s = 0$ ;  $G(s) \triangleq s^{-2}G_2(s)$ .

**ES de poziție**  $e_{psp} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1+k_t s^{-2}G_2(s)} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s^2}{s^2+k_t G_2(s)} = 0.$

**ES de viteză**  $e_{psv} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s[1+k_t s^{-2}G_2(s)]} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{[s^2+k_t G_2(s)]} = 0.$

**ES de accel.**  $e_{psa} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s^2[1+k_t s^{-2}G_2(s)]} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{[s^2+k_t G_2(s)]} = \frac{1}{k_t G_2(0)}.$

M. Voicu, AI (III)

C7 (34)

30

$$G_{ep}(s) \triangleq \frac{1}{1+G(s)k_t}, \begin{cases} e_{psp} = \lim_{s \rightarrow 0} G_{ep}(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1+k_t G(s)}. & (5.22) \\ e_{psv} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s} G_{ep}(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s[1+k_t G(s)]}. & (5.24) \\ e_{psa} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s^2} G_{ep}(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s^2[1+k_t G(s)]}. & (5.26) \end{cases}$$

D)  $G(s)$  are 3 poli în  $s = 0$ ;  $G(s) \triangleq s^{-3}G_3(s)$ .

**ES de poziție**  $e_{psp} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1+k_t s^{-3}G_3(s)} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s^3}{s^3+k_t G_3(s)} = 0.$

**ES de viteză**  $e_{psv} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s[1+k_t s^{-3}G_3(s)]} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s^2}{[s^3+k_t G_3(s)]} = 0.$

**ES de accel.**  $e_{psa} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s^2[1+k_t s^{-3}G_3(s)]} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{[s^3+k_t G_3(s)]} = 0.$

M. Voicu, AI (III)

C7 (34)

31

## 6. Performanțele unui sistem automat

### 6.1. Indici de calitate

**de regim staționar:** erorile staționare (v. III.5);

**de regim tranzitoriu:**  $\sigma\%$ ,  $t_s$ ,  $t_c$  (v II.7.1).

Indicii de calitate sunt specificați și se realizează în proiectare.

Soluțiile (pentru regulator) pot fi contradictorii:

se caută valori acceptabile pentru toți indicii de calitate.

Valori admisibile: ES – compatibile cu precizia traductoarelor;

$$\sigma\% \leq 18 - 20\%;$$

$t_s$ ,  $t_c$  – compatibile cu limitările tehnice.

M. Voicu, AI (III)

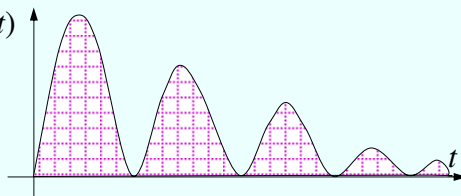
C7 (34)

32

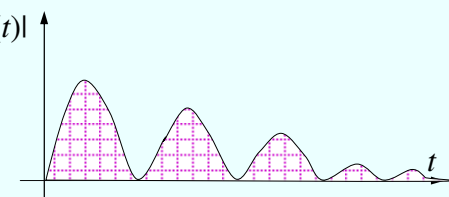


## 6.2. Indicatori sintetici de calitate

### 1° ISE (integral of the square of the error)

$$I_1 = \int_0^T e^2(t) dt, \quad T \geq t_s.$$


### 2° IAE (integral of the absolute magnitude of the error)

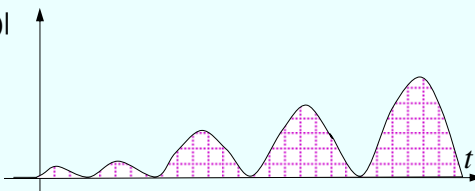
$$I_2 = \int_0^T |e(t)| dt, \quad T \geq t_s.$$


M. Voicu, AI (III)

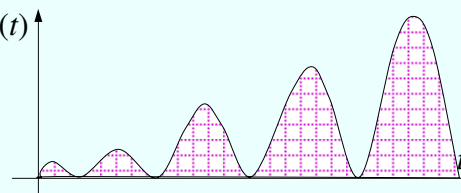
C7 (34)

33

### 3° ITAE (int. of the time multipl. by the abs. magn. of the error)

$$I_3 = \int_0^T t |e(t)| dt, \quad T \geq t_s.$$


### 4° ITSE (int. of the time multipl. by the square of the error)

$$I_4 = \int_0^T t e^2(t) dt, \quad T \geq t_s.$$


Pentru un indice  $I_i$  prestabilit, se determină parametrii ajustabili ai regulatorului astfel ca  $I_i = \text{minim}$ .

M. Voicu, AI (III)

C7 (34)

34